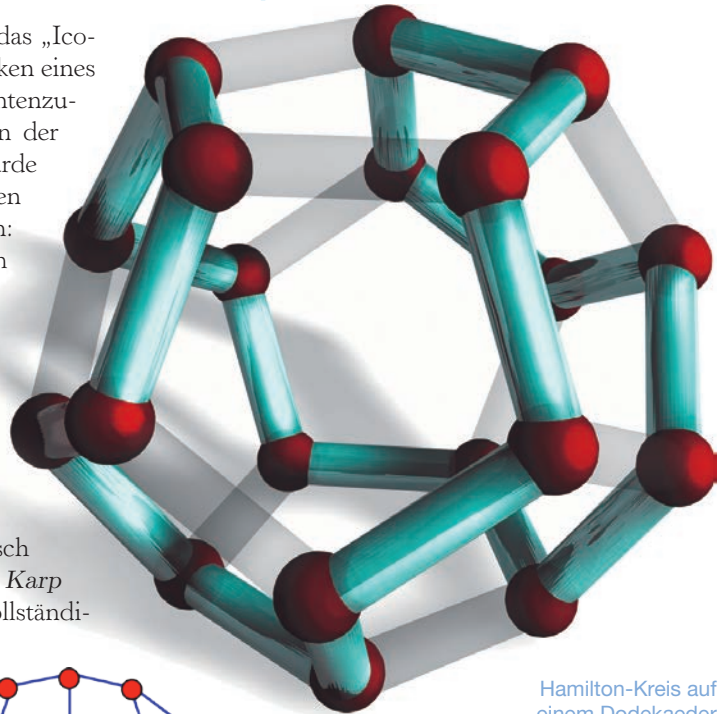


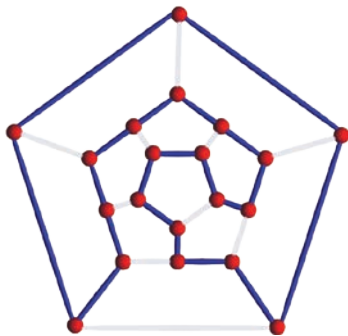
Hamilton-Kreise und das Icosische Spiel

Sir *William Hamilton* erfand im Jahr 1857 das „Icosische Spiel“, bei dem es darum geht, alle Ecken eines Dodekaeders längs eines geschlossenen Kantenzuges genau einmal zu besuchen. Auch wenn der kommerzielle Erfolg bescheiden blieb, so wurde der Name Hamilton-Kreis bekannt für einen Typ von geschlossenen Kurven auf Graphen: Alle Ecken eines Graphen sollen auf einem geschlossenen Kantenweg genau einmal besucht werden.

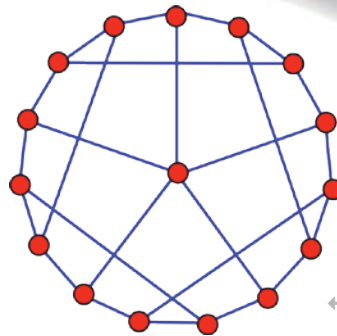
Für die Kantengraphen der platonischen Körper kennt man Hamilton-Kreise, für das Beispiel von *William F. Lindgren* gibt es keinen Hamilton-Kreis. Die Frage der Entscheidbarkeit, ob ein vorgegebener Graph einen Hamilton-Kreis besitzt, ist algorithmisch nicht leicht zu beantworten. Nach *Richard Karp* (1972) gehört die Frage zur Klasse der NP-vollständigen Probleme.



Hamilton-Kreis auf einem Dodekaeder



Hamilton-Kreis auf einem Dodekaeder, gezeichnet im Schlegel-Diagramm



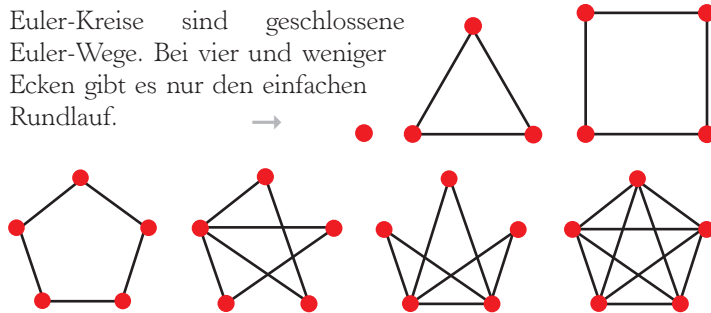
Graph von Lindgren

Der links abgebildete Graph von Lindgren ist ein hypohamiltonischer Graph. Solch ein Graph besitzt zwar keinen Hamilton-Kreis, allerdings enthält er nach Entfernung eines beliebigen seiner roten Eckpunkte und angrenzenden Kanten einen Hamilton-Kreis.

... und Euler-Wege und die Königsberger Brücken

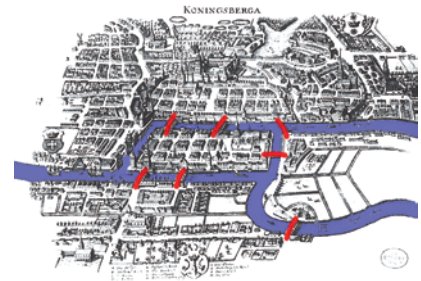
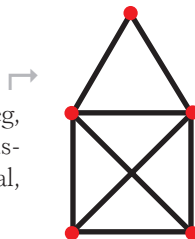
In Königsberg gab es früher sieben Brücken, um die sich das folgende Problem rankte: „Gibt es einen geschlossenen Weg, der über jede Brücke genau einmal verläuft, touristisch gesehen also effizient ist?“. *Leonhard Euler* konnte in einer der ersten Arbeiten zur Graphentheorie Abhilfe schaffen. Abstrahiert man das Problem, so erhält man einen Graphen (s. rechts in der Mitte) und sucht nach einem Euler-Weg: Ein Weg durch einen Graphen, der jede Kante exakt einmal durchläuft. Der Graph des Brückenproblems besteht aus vier Ecken und sieben Kanten. Drei Ecken haben Valenz 3, also eine ungerade Anzahl von verbundenen Kanten. Eckpunkte mit ungerader Valenz müssen Start oder Ziel einer Reise sein, also kann es in Königsberg keinen Euler-Weg geben.

Euler-Kreise sind geschlossene Euler-Wege. Bei vier und weniger Ecken gibt es nur den einfachen Rundlauf.

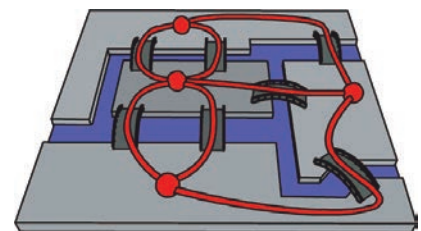


Unter den einfachen Graphen mit fünf Ecken besitzen genau obige vier Graphen einen Euler-Kreis.

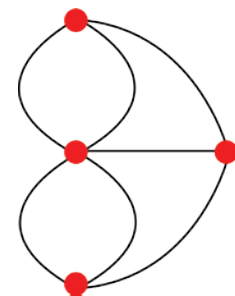
Das Haus des Nikolaus besitzt einen Euler-Weg, aber keinen Euler-Kreis: Die klassische Nikolausroute durchläuft zwar jede Kante genau einmal, der Pfad ist jedoch nicht geschlossen.



Die sieben Brücken von Königsberg



Übersetzung in einen Graphen



Äquivalenter Graph des Brückenproblems

