

# Inhalt

Einleitung .....	I	<b>4 Formeln und Zahlen .....</b>	<b>49</b>
Inhalt .....	V	Die Gauß'sche Summenformel .....	50
<b>1 Polyedrische Modelle .....</b>	<b>1</b>	Summe der Quadrate .....	51
Platonische Körper .....	2	Summation von Brüchen .....	53
Dualität und Symmetrie .....	4	Das Pascal'sche Dreieck .....	54
Archimedische Körper .....	6	Pascal und Fibonacci .....	56
Johnson- und Catalan-Körper .....	8	Pascal'sche Pyramiden .....	57
Die Geometrie des Fußballs .....	10	Abschätzung der Primzahlverteilung .....	58
Spezielle Tetraeder .....	12	Die Primzahlspirale von Ulam .....	59
Der Höhenregulus .....	13	Wie viele Zahlen gibt es? .....	60
Die Kunst des Auffaltens .....	14	Verrückte Formeln der Kreiszahl $\pi$ .....	62
<b>2 Geometrie in der Ebene .....</b>	<b>17</b>	<b>5 Funktionen und Grenzwerte .....</b>	<b>65</b>
Der Satz des Pythagoras .....	18	Nicht-differenzierbare Funktionen .....	66
Der Neunpunktekreis von Feuerbach .....	20	Die Taylor-Reihenentwicklung .....	68
Konzentrische Kreise .....	21	Fourierreihen und periodische Signale .....	70
Metrische und projektive Skalen .....	22	Totale vs. partielle Differenzierbarkeit .....	71
Der Fermat-Punkt .....	23	Die Weierstraß'sche $\wp$ -Funktion und ihre Ableitung .....	72
Der Satz von Morley .....	24	Solitonen .....	74
Der Satz von Fukuta und Cerin .....	25	Das Volumen der Kugel und der gestanzten Kugel .....	76
Probleme von Maclaurin-Braikenridge .....	26	Der Brouwer'sche Fixpunktsatz .....	78
Herleitung der Additionstheoreme .....	28	<b>6 Kurven und Knoten .....</b>	<b>81</b>
Eingeschriebene Quadrate .....	30	Kegelschnitte – planimetrisch und räumlich definiert .....	82
... und gleichseitige Dreiecke .....	31	Sphärische Kegelschnitte und konfokale Kegelschnitte .....	84
Halbierung der Dreiecksfläche .....	32	Dandelin'sche Kugeln .....	86
Jeder Winkel ein rechter Winkel? .....	33	Apollonische Kreise .....	87
<b>3 Alte und neue Probleme .....</b>	<b>35</b>	Kubische Kurven .....	88
Die Winkeldreiteilung .....	36	Cassini'sche Kurven .....	90
Die Delì'sche Würfelverdoppelung .....	37	Die Astroide .....	91
Thales und Pythagoras im Raum .....	38	Konchoiden .....	92
Die Collatz-Vermutung .....	40	Geodätische Kurven und geradeste Linien .....	94
Dominosteine auf dem Schachbrett .....	42	Die Zoll-Fläche .....	96
Der Schinkenbrotsatz .....	43	Geodätische auf Polyedern .....	98
Der Satz von Pick .....	44	Die Topologie von Knoten .....	100
Die Goldbach'sche Vermutung .....	45	Keltische Knoten .....	102
Die Riemann'sche Zeta-Funktion .....	46	Borromäische Ringe .....	104
		Bézierkurven und Splines .....	106

<b>7 Geometrie und Topologie von Flächen</b> .....	<b>109</b>	Nicht-periodische Parkettierungen .....	180
Hyperboloide und Paraboloiden .....	110	Penrose-Muster .....	181
Quadriken und Kreisschnitte .....	112	Die Kusszahl .....	183
Die Clebsch-Fläche und singuläre Kubiken .....	114	Raumparkettierungen .....	184
Dupin'sche Zykliken .....	116	Der Weaire-Phelan-Schaum und optimale Raumpackungen .....	186
Superzykliden .....	118	Verwobene Flächen und verbundene Löcher .....	188
Das Plücker-Konoid .....	119	Ebene Voronoi-Diagramme .....	190
Schraubung und Spiralisierung .....	120	Räumliche Voronoi-Diagramme .....	192
Rotoidenwendelflächen .....	123	Gruppentafeln und besondere Untergruppen .....	194
Kragenflächen und abwickelbare Streifen .....	124		
Die Pseudosphäre .....	126	<b>10 Raumformen und Dimensionen</b> .....	<b>197</b>
Die Kuen-Fläche .....	128	Die hyperbolische Ebene .....	198
Der Császár-Torus .....	130	Eschers hyperbolische Ebene .....	200
Das Möbiusband .....	132	Indras Perlen .....	202
Die Klein'sche Flasche .....	134	Ideale Polyeder im hyperbolischen Raum .....	204
Modelle der projektiven Ebene .....	136	Die Form des Raumes .....	206
Seifert-Flächen .....	138	Der vierdimensionale Würfel und seine Abwicklung .....	208
Alexanders gehörnte Sphäre .....	140	Das Hyperdodekaeder .....	210
Umstülpung der Kugeloberfläche .....	142	120 Zellen und mehr! .....	212
<b>8 Minimalflächen und Seifenblasen</b> .....	<b>145</b>	<b>11 Graphen und Inzidenzen</b> .....	<b>215</b>
Minimalflächen und Seifenhäute .....	146	Der Satz von Pascal und sein duales Gegenstück .....	216
Klassische Minimalflächen .....	148	Der Satz von Desargues .....	218
Das Gergonne-Problem .....	150	Berührende Kreise .....	220
Vom Katenoid zum Helikoid .....	152	Ausweichen in den Raum .....	222
Das Katenoid und seine Variationen .....	154	Kurvensysteme definieren Gebiete .....	223
Periodische Minimalflächen .....	156	Der Petersen-Graph .....	224
Die Costa-Fläche .....	158	Hamilton-Kreise und Euler-Wege .....	226
Diskrete Minimalflächen .....	160	Venn-Diagramme .....	228
Die Laterne von Schwarz .....	162	Schlegel-Diagramme .....	230
Flächen aus Kreismustern .....	164	Minimale Spannbäume .....	232
Der Wente-Torus .....	166	Abzählen von Triangulierungen .....	234
Geschlossene Seifenblasen .....	168		
Die Penta-Fläche .....	170	<b>12 Bewegliche Formen</b> .....	<b>237</b>
		Die Ellipsenbewegung .....	238
<b>9 Parkette und Packungen</b> .....	<b>173</b>	Bewegliche Polyeder .....	239
Bandornamente .....	174	Bahnkurven und Hüllflächen .....	240
Ornamentik .....	176	Zwangsläufige Raumbewegungen .....	241
17 ebene Symmetriegruppen .....	177	Freiheitsgrade .....	242

Das rollende Reuleaux-Dreieck .....	244	Elektrische Feldlinien .....	308
Der Gömböc .....	245	Die Glättung von 3-D-Scannerdaten .....	310
<b>13 Fraktale Mengen .....</b>	<b>247</b>	Schwingungen .....	312
Der Pythagoras-Baum .....	248	Das Problem des Handlungsreisenden .....	314
Füllen von Ebene und Raum mit geschlossener Kurve .....	250	Das Behälterproblem .....	316
Hilbertkurven auf der Kugel .....	252	Sortierverfahren .....	318
Fraktale Dimension .....	253	Der DNS-Doppelstrang .....	321
Der Menger-Schwamm .....	254	Virtuelle Kieferchirurgie .....	322
Julia-Mengen und das Apfelmännchen .....	256	Radiolarien .....	324
Das Feigenbaum-Diagramm .....	258	Epipolargeometrie .....	326
Der Lorenz-Attraktor .....	260	Vom Foto zur Raumsituation .....	327
Curlicue-Fraktale .....	262	Spiegelungen .....	328
Zufällige Wege .....	264	Bildnachweis .....	330
Perkolation .....	268	Index .....	334
<b>14 Landkarten und Abbildungen .....</b>	<b>271</b>		
Isometrische Landkarten .....	272		
Gnomonisch oder stereographisch .....	274		
Inversion und Projektion .....	276		
Der Umriss einer Kugel .....	277		
Möbius-Transformationen aus Bewegungen der Kugel .....	278		
Der Riemann'sche Abbildungssatz .....	280		
Die Schwarz-Christoffel-Abbildung .....	282		
Parametrisierung von Flächen .....	284		
Raumkollineation .....	286		
Nullstellen komplexer Funktionen .....	288		
Die Riemann'sche Zahlenkugel .....	289		
Gebietseinfärbung und Riemann'sche Flächen .....	290		
Die Reihenentwicklung der Exponentialfunktion .....	293		
Die Szegő-Kurve .....	294		
Polynomiographie .....	295		
Nullstellen von Polynomen .....	296		
<b>15 Formen und Verfahren in Natur und Technik .....</b>	<b>299</b>		
Zahlen in Bewegung .....	300		
Die von Kármán'sche Wirbelstraße .....	302		
Topologie von Strömungen .....	304		
Stromlinien .....	306		